



السؤال الأول (42 درجة):

(1) تعين المعادلة: $x^2 + by^2 + cz^2 = d$ في الفضاء الثلاثي سطحاً مخروطياً حقيقياً، عندما:

- (A) $b > 0, c > 0, d = 0$ (B) $bc < 0, d = 0$ (C) $bc > 0, \forall d$ (D) $b < 0, \forall c, d$

(2) تمثل المعادلة $xy - 2 = 0$ في الفضاء الثلاثي:

- (A) سطح مجسم قطع زائد، وفي المستوى قطعاً زائداً،
(B) سطحاً أسطوانياً زائداً، وفي المستوى قطعاً زائداً،
(C) سطح مجسم قطع زائد، وفي المستوى قطعاً ناقصاً،
(D) سطحاً أسطوانياً زائداً، وفي المستوى قطعاً ناقصاً.

(3) يتعين المسطح: $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 6x + 36z - 99 = 0$ بالمعادلة القياسية الآتية:

- (A) $\frac{X^2}{144} + \frac{Y^2}{36} + \frac{Z^2}{16} = 1$ (B) $\frac{X^2}{144} + \frac{Y^2}{36} + \frac{Z^2}{16} = -1$ (C) $\frac{X^2}{99} + \frac{Y^2}{36} + \frac{Z^2}{11} = 1$ (D) غير ذلك

(4) إن البعد بين المستويين: $\pi_1: x - 2y + 2z - 6 = 0$ ، $\pi_2: x - 2y + 2z + 6 = 0$ ، يساوي:

- (A) 12 (B) 1 (C) 0 (D) 4

(5) يتعين مستوي تناظر النقطتين $M_1(1, -3, 1)$ ، $M_2(3, -5, 3)$ بالمعادلة:

- (A) $x - y + z - 8 = 0$ (B) $2x - 2y + 2z - 8 = 0$ (C) $x - y + z - 4 = 0$ (D) $x - y + z + 8 = 0$

(6) حتى يقع المستقيم: $x = 3 + 4t$ ، $y = 1 - 4t$ ، $z = -3 + t$ في المستوي: $px + 2y - 4z + h = 0$ يأخذ المعاملان p, h القيمتين:

- (A) $p = -3, h = 23$ (B) $p = -3, h = -23$ (C) $p = 3, h = -23$ (D) غير ذلك.

السؤال الثاني (58 درجة):

ليكن النقطة $A(1, 2, 1)$ والمستقيم $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2}$ ، والمطلوب:

- أثبت أن هذه النقطة لا تقع على هذا المستقيم، ثم أوجد مسقطها القائم عليه.
- عين المساقط القائمة لهذه النقطة على المحاور والمستويات الإحداثية.
- أوجد معادلة المستوي المعين بالنقطة وبالمستقيم هذين.
- استنتج معادلتين للمستقيم المار بهذه النقطة والعمودي على هذا المستقيم.

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

1) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (Identity matrix)

V) $0 = p' \cdot 0 < \sigma' \cdot 0 < q$, B) $0 = p' \cdot 0 \geq \sigma' \cdot 0$, C) $p \wedge' 0 < \sigma q$, D) $p < 0, \wedge \sigma p$

2) $\frac{\partial}{\partial x} (xy^2) = 0 = \frac{\partial}{\partial y} (xy^2)$ in \mathbb{R}^2 .

c) $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \vec{F} \cdot \vec{v}$, d) $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \vec{F} \cdot \vec{v}$

8) $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \frac{d^2}{dt^2} \right) = \frac{1}{2} \frac{d^3}{dt^3}$

$$x^4 + 4x^3 + 9x^2 - 6x + 36z - 99 = 0$$

g) $1 = \frac{91}{16} + \frac{96}{36} + \frac{144}{X^2}$, c) $1 = \frac{11}{Z^2} + \frac{16}{Y^2} + \frac{66}{X^2}$, d) $1 = \frac{11}{Z^2} + \frac{16}{Y^2} + \frac{66}{X^2}$

$$(4) \quad \pi_1: x - 2y + 2z - 6 = 0, \pi_2: x - 2y + 2z + 6 = 0: \text{Hess}(\mathcal{C}) = \emptyset$$

4 (D) , 0 (C) , 1 (B) , 12 (A)

$$M_1(1-3,1), M_2(3,-5,3)$$

(A) $x - y + z - 8 = 0$ (B) $2x - 2y + 2z - 8 = 0$ (C) $x - y + z - 4 = 0$ (D) $x - y + z + 8 = 0$

9) $px + 2y - 4z + b = 0$; $x = 3 + 4t$, $y = 1 - 4t$, $z = -3 + t$

॥ ॐ नमो भगवते वासुदेवाय ॥

8) $p = -3, q = -23$, 9) $p = 4, q = 23$ (A)

च. ॥ ॥ ॥ ॥ (४९ र. ५५):

$$I: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{2} \quad \text{parametrically, } A(1,2,1) \text{ is on the line}$$

1- १ प्रश्न का उत्तर दी जा रहा है।

$$\frac{2}{1-2} = \frac{-2}{2-1} = \frac{2}{-1} = \frac{2}{z+1} = 1$$

॥ श्रीगणेशाय नमः ॥

संस्कृत-विभागः, दिल्ली विश्वविद्यालयः

$$\begin{aligned} \pi_1^*: 2(x-1)z + 2(y-2) - (1-x)(z-1) &= 0 \\ \Leftrightarrow 0 = z + y - x : \pi_1^* &\Rightarrow 0 = z + y - x : \pi_1^* \end{aligned}$$

$$0 = Z + J - X: \quad Y \in$$

المستويات، نجد:

$$A' = I \cap \pi_1 \Rightarrow 2+t-1+t-1+t=0 \Rightarrow t=0 \Rightarrow A'(2,1,-1)$$

- 2- مسقطها القائمة على المحاور الإحداثية هي، على الترتيب، النقاط: $A_1(1,0,0)$, $A_2(0,2,0)$, $A_3(0,0,1)$
 نجد مسقطها القائمة على المستويات الإحداثية فهي، على الترتيب، النقاط: $A^+(1,2,0)$, $A^+(0,2,1)$, $A^+(1,0,1)$
 3- نحصل على معادلة المستوى المعين بالنقطة وبالمستقيم هذين بإحدى الطريقتين الآتيتين:
 (أ) أخذ مستويات حزمة المستويات المارة بهذه المستقيم وبهذه النقطة.
 المعادلتان الأساسيتان لهذا المستقيم هما:

$$I \begin{cases} x+y-3=0 \\ x-z-3=0 \end{cases}$$

لمعادلة الحزمة هي:

$$P(t) = (1+t)x + y - tz - 3 - 3t = 0$$

نحتر المستوى المار بالنقطة $A(1,2,1)$ أي أن:

$$(1+t)1 + 2 - t - 3 - 3t = 0 \Rightarrow t = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi_1: P(0) = x + y - 3 = 0$$

- (ب) هو المستوى المار بالنقطة $A(1,2,1)$ والموازي لمستويين الأول هو ملحي توجيه المستقيم $\vec{D}(1,-1,1)$
 والثاني معين بالنقطتين: $A(1,2,1)$ و $A'(2,1,-1)$ أي $\vec{AA'}(1,-1,-2)$ وبالتالي معادلته:

$$\pi_1: \begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3(x-1) + 3(y-2) + 0(z-1) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi_1: x + y - 3 = 0$$

- (ج) إن المستقيم المار بهذه النقطة والعمودي على هذا المستقيم هو الفصل المشترك للمستويين π_1 و π_2 .
 وبالتالي معادلته: $\pi_2: x - y + z = 0$, $\pi_1: x + y - 3 = 0$

مدرس العلوم د. عصام ديبان

